UNDERVISNINGS
MINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Højere handelseksamen

Gammel ordning

Onsdag den 22. maj 2019
kl. 9.00-14.00

gl-hhx191-MAT/A-22052019

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål**.**
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 13 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.
I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

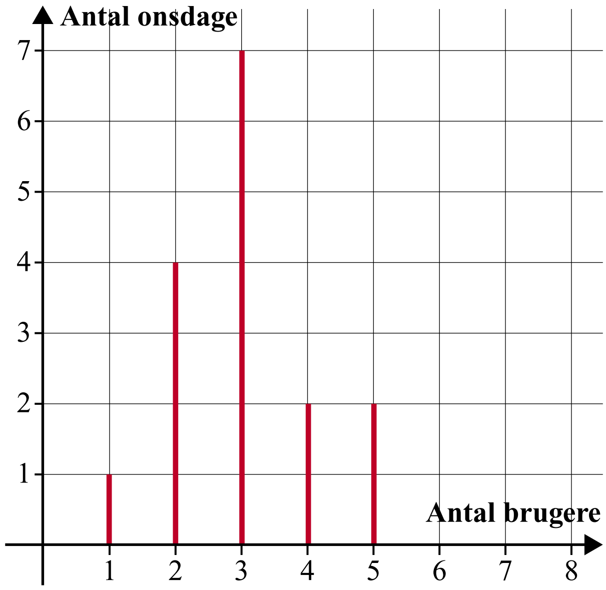
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende tre datafiler:
autocamper
stress
lyst

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1



Et træningscenter har registreret antal brugere af morgentræningen hver onsdag i en periode på 16 uger.

Resultaterne fremgår af pindediagrammet på figuren.

a) Bestem antal onsdage, hvor der blev registreret 2 brugere, og bestem det gennemsnitlige antal brugere i de 16 uger.

Opgave 2

a) Tegn grafen for en funktion f, der opfylder følgende:

- $\mathrm{Dm}(f) = [-8; 5[$
- $f'(-3) = 0$
- f har ingen nulpunkter
- f har netop to vendetangenter

Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 3

Dækningsbidraget for en vare er givet ved funktionen

$$DB(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 \quad , \quad x \geq 0$$

hvor $DB(x)$ er dækningsbidraget i 1000 kr. ved en afsætning på x ton.

a) Bestem den afsætning, der giver det største dækningsbidrag for varen.

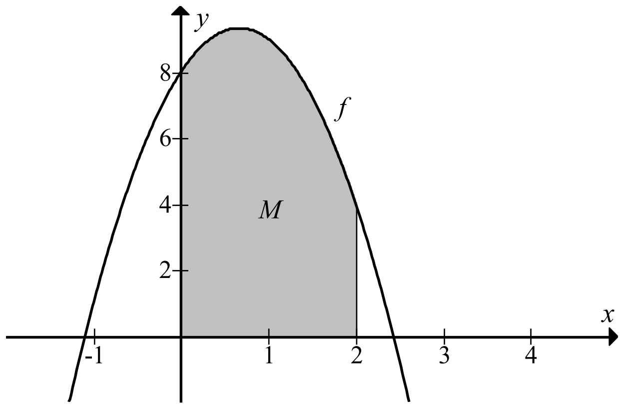
Opgave 4

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = -3x^2 + 4x + 8$$

Grafen for f afgrænser sammen med koordinatakserne og linjen $x = 2$ et område M.

a) Bestem arealet af M.



Opgave 5

For en bestemt vare gælder, at sammenhængen mellem pris x og afsætning A kan beskrives ved en lineær funktion $A(x) = a \cdot x + b$.

Ved en pris på 100 kr. pr. stk. kan der afsættes 1250 stk.
Ved en pris på 120 kr. pr. stk. kan der afsættes 1050 stk.

Pris, x	100	120
Afsætning, $A(x)$	1250	1050

a) Bestem forskriften for A og bestem, hvor meget afsætningen falder, hvis prisen øges med 10 kr.

Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Ingolf sætter 2000 kr. ind på en konto, der giver 5% i rente p.a. Året efter sætter han 1000 kr. ind på samme konto.

Beløbet på kontoen efter n år kan beskrives ved formlen

$$K_n = 2000 \cdot (1+0,05)^n + 1000 \cdot (1+0,05)^{n-1}$$

Nedenfor er beregnet hvor mange år, der går, før han har 5000 kr. på kontoen.

a) Forklaringer til udregningerne 1) – 6) skal gives

1) $2000 \cdot 1,05^n + 1000 \cdot 1,05^{n-1} = 5000$

2) $2 \cdot 1,05^n + 1,05^{n-1} = 5$

3) $1,05^{n-1} \cdot (2 \cdot 1,05 + 1) = 5$

4) $1,05^{n-1} = 1,6129$

5) $n-1 = \dfrac{\ln(1,6129)}{\ln(1,05)}$

6) $n = 10,8$

Der går 11 år, før Ingolf har 5000 kr. på kontoen.

Opgave 7

En virksomhed producerer to varer A og B. Det samlede dækningsbidrag ved salg af de to varer kan beskrives ved funktionen

$$DB(x,y) = -0,1x^2 + 400x + 200y$$

a) Gør rede for, at niveaukurven $N(600000)$ er en parabel og tegn denne i et koordinatsystem.

Produktionen er underlagt følgende begrænsninger:

$$0 \le x \le 4000$$
$$y \ge 0$$
$$5y + x \le 10000$$

b) Bestem det antal stk. af vare A og vare B virksomheden skal afsætte for at opnå størst dækningsbidrag.

Opgave 8

Avisen Nordjyske skriver på bagrund af en stikprøveundersøgelse af 604 repræsentativt udvalgte personer følgende overskrift:

Offentligt ansatte er oftere ramt af jobrelateret stress

Personerne er blevet stillet spørgsmålet:

Hvor ofte føler du negativ stress i forbindelse med dit job?

Data fra spørgeskemaundersøgelse kan findes i filen *stress*. Et udsnit af data kan ses i nedenstående tabel.

Grad af stress	**Jobtype**
Sjældent	Offentlig ansat
Sjældent	Ejer/medejer
Aldrig	Privat ansat
:	:

a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra undersøgelsen.

	Ejer/medejer	Offentlig ansat	Privat ansat	**Total**
Af og til				
Aldrig				
Ofte				
Sjældent				
Ved ikke				
Total				**604**

b) Vurdér avisens udsagn ud fra et relevant statistisk test.

Kilde: Jysk analyse A/S

Opgave 9

Sammenhængen mellem antal kørte km og udbudsprisen i kr. på brugte autocampere ønskes undersøgt. Data på 21 brugte autocampere er indsamlet via hjemmesiden dba.dk. Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *autocamper*.

km	udbudspris
171000	150000
61000	495000
65000	500000
:	:

a) Bestem gennemsnittet og kvartilsættet for udbudspriserne.

b) Lav et xy-plot af sammenhængen mellem antal kørte km x og udbudsprisen y, og opstil en lineær regressionsmodel $u(x) = a \cdot x + b$, der beskriver denne sammenhæng.

c) Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten a og vurdér, om det kan antages, at udbudsprisen falder med 3 kr. pr. kørt km.

d) Skriv, ud fra dine svar til spørgsmål a), b) og c) et kort indlæg til et campingmagasin, hvor du præsenterer resultaterne og betydningen af disse.

Kilde: dba.dk

Opgave 10

Virksomheden BeePow producerer en vare. Størrelsen af produktionen i stk. er afhængig af, hvor mange timer der bruges til produktionen. Produktionen i stk. kan beskrives med en funktion med forskriften

$$f(x) = -0{,}005x^3 + 0{,}75x^2 + 2{,}5x \quad , \quad 0 < x \leq 100$$

hvor $f(x)$ er produktionen i stk. ved et forbrug på x timer (i 100) til produktionen.

a) Bestem hvor mange timer, der skal bruges for at opnå en produktion på 1770 stk.

Den afledte funktion $f'(x)$ er et udtryk for produktiviteten ved et forbrug på x timer (i 100).

b) Bestem forskriften for $f'(x)$ og bestem det forbrug af timer, der giver den største produktivitet.

Den gennemsnitlige produktivitet kan beskrives ved en funktion med forskriften

$$P(x) = \frac{f(x)}{x}$$

c) Bestem forskriften for $P(x)$ og gør rede for, at grafen for $f'(x)$ skærer grafen for $P(x)$ i dennes maksimum.

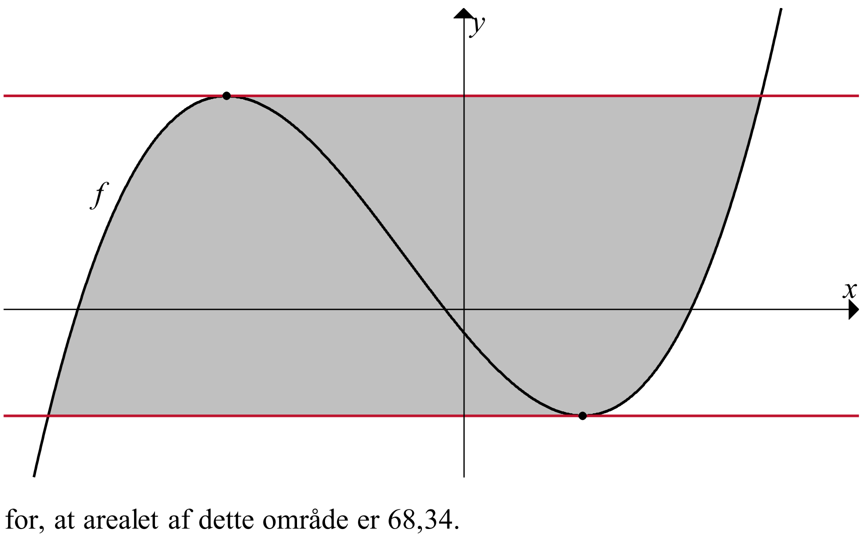
Opgave 11

En funktion er givet ved

$$f(x) = x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 6x - 1$$

a) Bestem de to lokale ekstremumspunkter.

Til hvert ekstremumspunkt hører en vandret tangent. Sammen med grafen for f afgrænser de to tangenter et område der er vist med grå på figuren.



b) Gør rede for, at arealet af dette område er 68,34.

Opgave 12

Kapitalværdimetoden *NPV* (*net present value*), hvor nutidsværdien sammenlignes med alle ind- og udgående betalingsstrømme, kan bruges til at undersøge, om en investering er rentabel.

En investering anses som værende lønsom, når $NPV > 0$.

Ved varierende betalingsstrømme bestemmes *NPV* som følger

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^{n} CF_t \cdot (1+r)^{-t}$$

hvilket er ensbetydende med

$$NPV = -I_0 + CF_1 \cdot (1+r)^{-1} + CF_2 \cdot (1+r)^{-2} + ... + CF_n \cdot (1+r)^{-n}$$

I_0 :	investeringssum
CF_t :	nettobetaling til tidspunktet t
r :	kalkulationsrente pr. termin
n :	antal tidsperioder

En investering i et projekt kræver en investeringssum på 100000 kr., og vil de følgende tre terminer give nettobetalinger på:

50000 kr. til tidspunktet $t = 1$
70000 kr. til tidspunktet $t = 2$
12000 kr. til tidspunktet $t = 3$

a) Undersøg, om investeringen i projektet er lønsom ved en kalkulationsrente på 10% pr. termin.

Den rente *r*, der giver $NPV = 0$, kaldes investeringens interne rente.

b) Bestem investeringens interne rente.

Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

Opgave 13A

Cocktailbaren Lyst har 5 forskellige drinks på menuen:

Sød Æble
Baileys Drøm
Gin & Tonic
Rabarber Sour
Dark n' Stormy

For at holde styr på lager og indkøb registrerer baren salget af de forskellige drinks i en periode på 2 weekender.

Nedenstående tabel viser et udsnit af de 656 registreringer, som findes i filen *lyst*.

Drink
Sød Æble
Rabarber Sour
Dark n' Stormy
:

a) Estimér andelen p af Rabarber Sour og bestem et 95%-konfidensinterval for denne andel.

Det antages, at andelen af Rabarber Sour er $p = 0{,}30$. En weekend sælges der 325 drinks.

b) Bestem sandsynligheden for, at der denne weekend sælges mere end 100 Rabarber Sour.

Kilde: Nima Safa, tidligere indehaver

Opgave 13B

Et firma producerer vægtskiver til træningsbrug. Firmaet producerer bl.a. 5 kg og 10 kg skiver. De modtager jernskiver fra en producent og udfører så forarbejdning og gummibelægning, inden skiverne er klar til pakning. Skemaet herunder viser kapacitetsbegrænsningerne pr. uge og den tid, der bruges i de forskellige produktionsskridt.

	5 kg	**10 kg**	**Maks**
forarbejdning	1	0,5	72 timer
gummibelægning	0,5	1,5	105 timer
pakning	15	15	1200 minutter
DB	300 kr.	200 kr.	

Funktionen $DB(x,y)=a\cdot x+b\cdot y$ angiver det samlede dækningsbidrag.

a) Bestem det antal 5 kg og det antal 10 kg vægtskiver, der skal produceres pr. uge for at få det størst mulige samlede dækningsbidrag.

b) Hvor meget kan DB for en 5 kg vægtskive stige, uden at firmaet skal ændre på produktionen bestemt i spørgsmål a)?

Opgave 13C

Virksomheden R&N markedsfører en ny type toiletpapir. Virksomheden forventer på sigt at kunne erobre en vis andel af markedet, således at den månedlige afsætning (i 1000 stk.) af toiletruller $S(t)$ med tiden nærmer sig en maksimal afsætning M.

Det kan med rimelighed antages, at $S(t)$ opfylder differentialligningen:

$$S'(t)=0{,}002S(t)\cdot(M-S(t))$$

Til tiden $t=0$ er afsætningen 2000, dvs. $S(0)=2$.

a) Bestem løsningen til differentialligningen når det oplyses at $M=150$.

b) Hvornår er den månedlige afsætning 120000 stk.?

Bilag 1 til opgave 2

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**